

Экономики с дифференцированной информацией: договорной подход, ядро и равновесие

Валерий МАРАКУЛИН*

23 сентября 2013 г.

Введение

Это чисто теоретический проект, нацеленный на изучение моделей экономики с асимметрично распределенной информацией. Построение и изучение моделей этого типа является задачей большой теоретической значимости для развития микроэкономической теории и теории общего экономического равновесия.

Наш анализ основывается на договорном подходе, предложенном и развитом автором в серии работ начала 21 столетия (напр. см. *Маракулин (2011)*). Проведённые исследования показывают, что этот подход работает очень эффективно и обладает большим потенциалом дальнейшего развития. Основное его преимущество состоит в том, что он представляет новую модель совершенной конкуренции, простейшую из числа известных в литературе и выраженную в гибкой форме допущения возможности частичного разрыва договоров (бартерных, производственных и др.) и последующего рассмотрения стабильных сетей договоров. Таким способом, не прибегая к стоимостным категориям, можно описать равновесные распределения во многих экономических моделях: чистого обмена, с производственным сектором типа Эрроу–Дебре и общественными благами, неполного рынка и т.д. Таким образом, проект развивает начатые ранее исследования моделей с асимметрично распределенной информацией в общем контексте договорного подхода.

*Valeriy M. Marakulin, Sobolev Institute of Mathematics, Russian Academy of Sciences, 4 Acad. Koptuyug avenue, Novosibirsk, 630090 Russia, E-mail: marakul@math.nsc.ru, Fax: +7(383)333 25 98, Phone: +7(383)363 46 09; Novosibirsk State University, 2 Pirogova street, Novosibirsk, Russia, 630090

1 DI-экономика: новые черты и спецификация

Модели экономики с дифференцированной информацией обладают следующими важными специфическими особенностями, существенно влияющими на их математический анализ:

- Информация моделируется как разбиение множества элементарных состояний Ω будущего. Каждый агент обладает собственным разбиением, может различать элементы разбиения (подмножества Ω), но не способен различать отдельные события из любого заданного элемента разбиения.

- Индивидуумы потребляют «контингентные» наборы продуктов, в которых потребление специфицировано для каждого из будущих состояний природы. Такой набор будет информационно допустимым, если в неразличимых состояниях планируется одинаковое потребление (измеримость относительно информационного разбиения).

- Информация может динамически меняться, что влияет на стабильность распределения ресурсов. Типично полагать, что информация накапливается и, тем самым, пространство информационно допустимых продуктов расширяется. Имеются теоретические конструкции, где изменение информации описывается посредством эндогенно заданного правила деления информацией.

- Агенты могут извлекать информацию из ценового распределения, а также через договорное взаимодействие. На этом пути появляются классическая концепция REE-равновесия (равновесия в рациональных ожиданиях) и новое договорное понятие “Interim Equilibrium” (интерим равновесие).

- Наряду с обычными мотивами личной выгоды (нет других вариантов, выгодных для каждого члена коалиции), стабильность распределения ресурсов может подвергаться опасности информационного мошенничества (обмана), когда группе агентов оказывается выгодным послать прочим индивидам ложный сигнал о реализованном природой состоянии; это работает, если эти агенты сами не могут отличить истинное состояние от ложного. Стабильные по отношению к этим угрозам распределения называются сопоставимыми по стимулам (incentive compatible).

Развитие *теории общего экономического равновесия* для модели с асимметрично распределённой информацией началось с основополагающих работ Раднера конца 60-х-70-х годов прошлого века. Здесь стандартное понятие вальрасовского равновесия обобщается на случай DI-модели (WEE-equilibrium) и появляется принципиально новое понятие “Rational Expectations Equilibrium” (равновесие в рациональных ожиданиях). В первом случае это практически стандартное определение конкурентного равновесия, записанное в терминах математического ожидания полезности, но с учетом требования информационной допустимости (измеримости) потребительских наборов. Это равновесие типа “ex ante”, т. е. предполагается, что все экономические действия планируются се-

годня и завтра, после разрешения неопределённости, все взятые обязательства будут безусловно выполнены. Во втором случае это уже принципиально другой объект: предполагается, что получив ценовые сигналы, агент может извлекать из них информацию и образовать более тонкое (мелкое) разбиение; далее для каждого элемента этого нового разбиения находится оптимальный план действий — покупок и продаж — который и будет реализован, если «завтра» индивидуум поймёт, что «реализовалось событие из данного элемента информационного разбиения». Конечно, вся эта совокупность индивидуальных планов должна быть совместно реализуемая, т. е. планы должны быть сбалансированы.

Наряду с понятиями конкурентного равновесия в теории DI-экономики вводится и анализируется понятие ядра — своеобразной концепции *кооперативного равновесия*, где в качестве итогового рассматриваются распределения, устойчивые относительно намерения какой либо коалиции (группы) индивидуумов образовать автономную подэкономику. Однако здесь в существующей литературе картина крайне пёстрая — имеется огромное количество разумных альтернативных определений ядра. Эти варианты различаются по двум параметрам, обусловленным информационной спецификой и способностью индивидов различать элементарные события будущего. Именно, нужно определить, какие распределения являются информационно допустимыми (измеримость относительно информационного разбиения), а какие нет; зачастую эти требования для итогового распределения экономики в целом отличаются от требований, предъявляемых для распределений, используемых для коалиционного доминирования. Типичными вариантами являются:

- Общее знание — каждый индивид способен понимать потребление любого другого индивида (инфимум индивидуальных разбиений).
- Приватное знание — индивидуумы должны понимать своё собственное потребление.
- Совершенное знание — информация объединяется, т. е. каждый индивид наделяется способностью различать то, что различает любой другой агент (супремум индивидуальных разбиений).
- Возможны также разного рода промежуточные варианты, связанные с применением правила деления информацией.

Далее для каждого типа ядра специфицируется измеримость соответствующих распределений. Например, если применить приватное знание как для коалиционного доминирования так и для итогового распределения, то мы придём к понятию приватного ядра по Яннелису; грубое ядро получается в случае применения общего знания для итогового распределения и коалиционного доминирования и т. д. Следующая диаграмма представляет неполный список имеющихся в литературе вариантов определения ядра.

Здесь P_i это информационное разбиение агента i , \wedge and \vee операции взятия инфимума и супремума, а $k_S^i(\mathbb{P})$ информационное разбиение, которым оснаща-

econ. \ coal.	$\wedge_S k_S^i(\mathbb{P})$	$\wedge_S P_i$	P_i	$\{k_S^i(\mathbb{P})\}$	P_i^{lim}	$\vee_S P_i$	$\vee_S k_S^i(\mathbb{P})$	author
$\wedge_{\mathcal{I}} P_i$		strong coarse	α			β		Yannelis
P_i		coarse	private			fine		Yannelis
$\vee_{\mathcal{I}} P_i$		γ	δ			weak fine		Yannelis
$\forall f$ -allocations		coarse				fine		Wilson
$\wedge_{\mathcal{I}} k_{\mathcal{I}}^i(\mathbb{P})$	coarse							Allen
$\{k_{\mathcal{I}}^i(\mathbb{P})\}$							fine	Allen
$\{P_i^{max}\}$				k-core				Schwalbe
$\{P_i^{lim}\}$				k-limit	limit			Marakulin

Известные в литературе концепции ядра в DI-экономиках

ется агент i после применения правила деления информацией k_S ($S \subseteq \mathcal{I}$ это некоторая коалиция агентов, $\mathcal{I} = \{1, \dots, n\}$ — множество всех индивидуумов). Столбцы таблицы соответствуют требованиям информационной допустимости для коалиционного доминирования; итоговому распределению аналогично соответствуют строки.

Непустота ядра и, тем самым, корректность самой концепции решения устанавливается в соответствующих теоремах. При более-менее обычных прочих предположениях стандартный ответ, обеспечивающий непустоту, будет такой: итоговое распределение должно быть измеримо относительно более тонкой (не строго) информационной структуры нежели структуры, используемые для коалиционного доминирования. Ключевым вопросом исследования является:

Какая концепция ядра (из числа имеющих в литературе или новое) теоретически наиболее адекватна для модели DI-экономики? — причём это должно быть сравнимое по стимулам понятие (устойчивость относительно информационного мошенничества)! Какому равновесию это ядро соответствует?

Договорной подход, который мы широко используем в нашем исследовании, позволяет существенно продвинуться в теоретическом анализе этой проблемы.

2 DI-экономики: предварительные результаты

С информационной точки зрения потенциально в DI-экономике может быть два типа решения: *ex ante* (все загодя при полной ответственности индивидуумов к взятым обязательствам) и *interim* (необязательное соглашение, все можно переиграть в последний момент). В этих случаях применение договорного анализа приводит к следующим заключениям.

2.1 Ex ante

Ситуация во многом подобна обычным рынкам, где информационная специфика почти не учитывается. Если обмен информацией невозможен, то наиболее корректными являются дополняющие друг друга понятия *приватного ядра* и *(квази)равновесия* по Яннелису. Основным аргументом в пользу этого выступает факт совпадения ядра и равновесия в условиях совершенной конкуренции, установленный, в частности, с применением договорного подхода.

Если информационный обмен допускается, то эндогенно заданное *правило деления информации* по Аллен является его адекватной моделью: с его помощью можно определить почти все известные в литературе варианты ядра. Большинство из этих концепций могут быть представлены в терминах *предельной информации*, которую способны достичь индивидуумы в результате информационного обмена, параллельно идущего (итеративно) с договорным взаимодействием. Если это правило информационного деления монотонно по информационным структурам, то предельная информация не зависит от порядка вступления агентов в договорные взаимодействия (*Маракулин, 2009*) и определяется однозначно. В таком случае вновь концепции приватного ядра и *(квази)равновесия* являются наиболее адекватными видами стабильного *ex ante* соглашения, но теперь уже заданными относительно предельной информации.

2.2 Interim

Единственным известным классическим понятием этого типа является равновесие в рациональных ожиданиях. В этой концепции заложена возможность индивидов извлекать информацию из цен и, значит, информационный обмен идёт и участвует в достижении равновесия. Однако какому типу ядра это соответствует? Как протекает информационный обмен и что его мотивирует? Это наиболее важные вопросы, которые требовали своего разрешения. Разобраться в этом помогают динамические представления, заложенные в договорном подходе.

Ключевым свойством является то, что, в отличие от концепций типа “*ex ante*”, здесь договорной процесс может продолжаться вплоть до момента полного разрешения неопределённости. Точнее, этот момент наступит тогда, когда природа уже реализовала некоторое состояние ω , но пока ещё агенты его понимают только как элемент информационного разбиения (не могут его отличить от других $\omega' \in P_i(\omega)$). Что в таком случае представляет из себя стабильное соглашение как результат договорного процесса? Здесь все индивиды знают, что договорные процессы могут закончиться только в момент, когда неопределённость уже разрешится, и вплоть до этого они будут заинтересованы в потреблении в различных вариантах, заданных их информационным разбиением. При

этом при реализации разных элементов разбиения их интересы различаются и, таким образом, индивид получает несколько вариантов реализации будущего потребления и его полезностной оценки. Причём каждый из этих вариантов является для агента значимым. Таким образом, вместо одного индивида в договорном процессе начинают принимать участие разные типы его «информационного воплощения»: можно сказать, что агенты размножаются. Формально это означает, что экономика трансформируется к виду, где совокупность агентов описывается как множество

$$\mathfrak{S} = \{(i, E) \mid i \in \mathcal{I}, E \in P_i\}.$$

Причём эти дублицированные агенты способны потреблять исключительно в тех состояниях природы, которые соответствуют их информационному типу, т.е. $(i, E) \in \mathfrak{S}$ потребляет набор $x_i^E \in \mathbb{R}_+^l$ в каждом из возможных состояний $\omega \in E$ и не может ничего потребить в состояниях за пределами E . Что это означает на договорном уровне и какие контракты способны заключать эти агенты?

Поскольку (i, E) живет только если реализовалось событие $E \in P_i$, то это обстоятельство должно учитываться и в контрактах. Положим

$$v_i^E : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^l : v_i^E(\omega) = v_i^E(\omega'), \forall \omega, \omega' \in E \ \& \ v_i^E(\omega) = 0, \forall \omega'' \in \Omega \setminus E.$$

Теперь совокупность $(v_i^E)_{\mathfrak{S}}$ можно рассматривать как договор в новой экономике с информационными типами экономических агентов при условии $\sum_{\mathfrak{S}} v_i^E = 0$.

Применяя в договорном процессе контракты указанного типа, экономика должна прийти, как минимум, в стабильное состояние, заданное как распределение из ядра экономики с дифференцированными агентами \mathfrak{S} . Эти распределения обладают следующим типом стабильности: не существует коалиции $S \subseteq \mathcal{I}$ и события $A \subseteq \Omega$ таких, что все агенты (i, E) , удовлетворяющие $i \in S, E \subseteq A$ (это «информационные воплощения» индивидов из S в событии A), способных, разрывая при необходимости старые и заключая новые договоры, улучшить своё положение. Если это условие не будет выполнено, то договорной процесс не может остановиться ибо всегда найдётся группа заинтересованных в улучшении своего положения агентов. Однако будет ли это окончательным ответом? По все видимости нет.

Действительно, в момент когда завтра уже наступило и природа реализовала событие $\omega \in \Omega$, но агенты пока что его понимают только в виде событий $P_i(\omega)$ (элемент разбиения, куда попало ω), у них пропадает потребность беспокоиться о потреблении в состояниях за пределами $P_i(\omega)$ и то, какой уровень полезности реализуется у индивидов типа (i, E) при $E \subseteq \Omega \setminus P_i(\omega)$, не должен влиять на доминирование. Данный тип стабильности соответствует концепции интерим ядра. Однако существуют ли вообще состояния этого типа и способна ли экономика их достичь?

Ответ на этот вопрос кроется в динамическом характере договорного процесса, который допускает возможность деления информацией среди экономических агентов. Однако это акт сугубо добровольный и разумно предполагать, что агенты могут на него пойти только основываясь на мотивах личной выгоды. Однако что может служить стимулом для раскрытия информации? — возможность заключить новый взаимовыгодный контракт!

Предположим, что процесс достиг квазиравновесия в модели с дифференцированными агентами — это элемент ядра с учётом дополнительной возможности частично рвать договоры. Далее имеется две возможности:

(i) нашлась пара индивидов, способная заключить новый взаимовыгодный контракт при условии, что один из них поделится информацией с другим (научит различать какие-то события). Тогда договорной процесс (для дифференцированных агентов) получает свое дальнейшее развитие с учётом нового информационного оснащения.

(ii) Даже после деления информацией агенты не способны заключить новый взаимовыгодный контракт. Вот это уже окончательная договоренность. — Замечательно то, что таким способом экономика выходит на интерим (квази)равновесие, которое является элементом договорного интерим ядра и соответствует РЕЕ-равновесию.

2.3 Пример: экономика $2 \times 2 \times 2$

Основные идеи подхода и результат анализа модели с дифференцированными агентами можно проиллюстрировать на следующем примере.

Пусть имеется два агента $i = 1, 2$, два состояния природы $\Omega = \{a, b\}$ и два физически различных продукта; здесь $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 = \mathbb{R}^4$ — пространство контингентных продуктов. Предположим 1-й индивид не способен что-либо различать, а 2-й напротив, понимает происходящие события, т. е. $P_1 = \{\Omega\}$ и $P_2 = \{\{a\}, \{b\}\}$. Агенты могут потреблять продукты в любых неотрицательных количествах и их предпочтения описываются следующими (логарифмированными) функциями полезности:

$$\begin{aligned} u_x &= \ln(x_1(a)) + \ln(x_2(a)) + \ln(x_1(b)) + \ln(x_2(b)), \\ u_y &= 2 \ln(y_1(a)) + \ln(y_2(a)) + \ln(y_1(b)) + 2 \ln(y_2(b)), \end{aligned}$$

где « x » соответствует потреблению 1-го и « y » — 2-го индивидуума. Аналогично для начальных запасов:

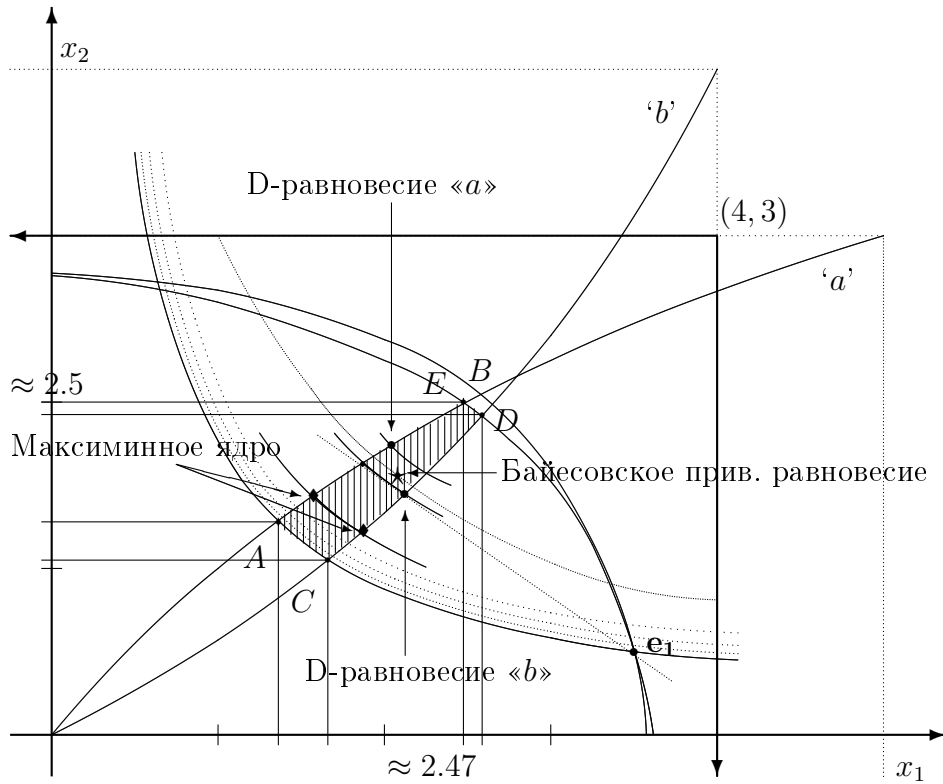
$$\mathbf{e}_x = ((3\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_a, (3\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_b), \mathbf{e}_y = ((1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})_a, (\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})_b).$$

Отсюда находим совокупные запасы продуктов в разных состояниях мира:

$$\bar{\mathbf{e}}(a) = (5, 3), \bar{\mathbf{e}}(b) = (4, 4).$$

Рассмотрим далее графическое представление концепций ядра и равновесия в рамках «обобщённого ящика Эджворта». Здесь система координат с началом в левом нижнем углу и осями идущими направо и вверх соответствует

потреблению 1-го агента; на рисунке показаны его начальные запасы и кривые безразличия (точки с одинаковой полезностью) — кривые выпуклые вниз.



D-ядро (ACDE), максиминное ядро и равновесия

В правом верхнем углу в точке $(4, 3)$ находится начала системы координат, применяемой для 2-го агента. Координатные оси идут вниз и влево. Любая точка прямоугольника, полученного как пересечение осей двух координатных систем, соответствуют потреблению индивидов (в своих системах) и распределению в целом (в силу балансовых ограничений), причём с учётом требования информационной измеримости потребления 1-го индивида. Тонкими штрихами представлены также две координатные системы, отвечающие состояниям "a" и "b", пересечение которых и реализует координаты 2-го индивида. Этим системам соответствуют агенты $(2, a)$ и $(2, b)$: их кривые безразличия на картинке выпуклы вверх.

Две кривые, которые соединяют начало координат 1-го с началом координат для "a" и "b" представляют варианты границы Парето — так, словно не существует другого состояния природы. Область между этими кривыми,

ограниченная также кривыми безразличия, исходящими из точки начальных запасов e_1 , — заштрихованная криволинейная область с крайними точками $ACDE$ — представляет *распределения из ядра* модели с дифференцированными агентами. Две чёрные жирные точки это квазиравновесные распределения, однако устойчивым относительно частичного разрыва договоров (имеет шансы на продолжительное существование) является только то, которое соответствует состоянию “ b ”. В центре звёздочкой обозначено приватное равновесие.

Итак, если информационного обмена не происходит, то с теоретической точки зрения в экономике может реализоваться два равновесных исхода:

(i) приватное равновесие (ex ante) $x \approx (\frac{25}{12}, \frac{25}{16})$ — если индивиды доверяют друг другу и всегда исполняют взятые обязательства;

(ii) D-(квази)равновесие “ b ” (interim) $x = (\frac{36}{17}, \frac{36}{25})$ — если индивиды не берут на себя обязательств и в любой момент готовы изменить достигнутые договорённости.

Однако на этом договорной процесс также может не завершиться, так будет, если для D-квазиравновесия 2-й агент сообразит, что ему выгодно поделиться информацией с первым агентом: если 1-й научится различать “ a ” и “ b ” (рынки распадаются), то это позволит ему на этих рынках заключить новые взаимовыгодные контракт. Чтобы обосновать это для рынка “ a ” достаточно подсчитать градиенты полезностей $\nabla_a u_1(x(a), x(b))$ и $\nabla_a u_2(y(a), y(b))$ и убедиться в том, что они неколлинеарны; аналогично для рынка “ b ”. В итоге этой второй стадии договорного процесса экономика придёт к распределению, где на каждом из рынков будет реализовано обычное вальрасовское равновесие.

3 Совместимость по стимулам: новые результаты

Совместимость по стимулам (incentive compatibility) содержательно означает, что действуя индивидуально или совместно в коалиции, агенты не способны мошенничать с информацией (лгать) с выгодой для себя. В современной литературе это требование рассматривается как исключительно важное. Однако имеющиеся в литературе определения не учитывают того факта что плоха не ложь сама по себе, но тот ущерб, который она наносит членам общества, не вовлечённым в мошеннический сговор. Эффект улучшения полезности у членов коалиции, связанный с делением информацией, — а значит и расширением возможностей найти взаимовыгодные договорённости, зачастую трактуется как мошенничество — несмотря на тот факт, что члены дополняющей коалиции не понесли никакого ущерба. Корректное определение может быть представлено в таком виде:

(i) Найдутся состояния $a, b \in \Omega$ такие, что для некоторой коалиции $S \subseteq \mathcal{I}$, которая понимает, что реализовалось состояние a (т.е. $\{a\} = \bigcap_S P_i(a)$) выгод-

но (каждому члену) послать ложный сигнал о реализации состояния b членам дополняющей коалиции $T = \mathcal{I} \setminus S$, которые (каждый) не способны отличить “ a ” от “ b ”.

(ii) Если (i) реализовано, то хотя бы один член дополняющей коалиции T пострадал, т.е. его полезность в истинном состоянии “ a ” уменьшилась после реализации контракта по ложному сигналу “ b ”.

В известных в литературе определениях требование (ii) не применяется, но его добавление имеет большую теоретическую значимость: если эффективность трактуется в ограниченных рамках измеримых договоров, то нет конфликта со стимулами — каждый член дополняющей коалиции не способен отличить ложный сигнал от истинного, но это никак не влияет на исполнение контракта и итоговый результат, после окончательного разрешения неопределённости, будет для агента тем же самым. Таким образом, договорные приватное ядро и равновесие, решения с дифференцированными агентами и интерим концепции из предыдущего раздела являются коалиционно-трансферабельно совместимы по стимулам. Для известного в литературе определения это не так и, например, приватное ядро и равновесие являются всего лишь *индивидуально* совместимым по стимулам (применяется для одноэлементных коалиций) или же в немного более общем случае, когда все члены коалиции отличают реализованное состояние ($P_i(a) = \{a\} \forall i \in S$) — но это всё случаи, когда у коалиции нет потребности в обмене информацией. Отметим, что измеримость контракта является достаточным но никак не необходимым свойством для совместимости по стимулам. Сказанное выше подтверждает следующий **пример**:

Пусть $\Omega = \{a, b, c\}$ и имеется три агента с информацией:

$$P_1 = \{\{a, b, c\}\}, \quad P_2 = \{\{a\}, \{b, c\}\}, \quad P_3 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}.$$

Предположим запасы и апостериорные полезности 2-го индивида в состояниях “ a ” и “ b ” совпадают и то же имеет место для 3-го агента. Предположим, что предпочтения и запасы в состоянии “ c ” такие, что оптимальные по Парето договоры в событии $\{b, c\}$ между агентами 2 и 3 отличаются от Парето границы в состоянии “ a ”. Тогда при реализации состояния “ b ” и ложного со стороны коалиции $S = \{2, 3\}$ сигнала “ a ”, члены S могут выиграть по определению (i) — без ущерба для 1-го агента ((ii) нарушено). Так произойдёт, например, в приватном равновесии...

4 “Ambiguity” и максиминные полезности

Термин “ambiguity” означает, что индивидуумы не только не знают какое событие произойдёт завтра, но также не знают вероятности его реализации — они способны оценить только вероятности некоторых событий — тех, которые вошли

в их информационное разбиение. Таким образом, это неопределённость более высокого порядка и теперь даже на формальном уровне нельзя применять широко распространённые в литературе ожидаемые полезности. Решением данной проблемы является применение MEU-полезностей (maximin expected utilities), которые были введены и аксиоматизированы в *Gilboa, Schmeidler (1989)*; в последствии они были переформулированы (см. ниже) и нашли свои эффективные приложения в *de Castro, Yannelis (2010)*.

• Пусть у агентов экономики с дифференцированной информацией имеются апостериорные функции полезности $u_i : \Omega \times \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}$, $i \in \mathcal{I}$ и на информационных разбиениях P_i заданы вероятностные распределения $\mu_i(\cdot)$.

Максиминные предпочтения в ожиданиях (MEU) определяются как:

$$U_i^{min}(x_i) = \sum_{E \in P_i} \left(\min_{\omega \in E} u_i(\omega, x_i(\omega)) \right) \mu_i(E), \quad x_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}_+^l.$$

Содержательно максиминные предпочтения отвечают осторожному поведению экономических агентов, т. е. пессимистичному восприятию грядущих событий, которые оцениваются по гарантированному минимуму. Это представляется правдоподобным сценарием.

Наиболее значимым с модельной точки зрения вариантом является частный случай одинаковых предпочтений на неразличимых состояниях мира. Это случай, когда апостериорная функция полезности $u_i(\cdot, y)$ измерима относительно информационного разбиения при любом фиксированном потреблении $y \in \mathbb{R}_+^l$ (т. е. постоянная на элементах разбиения). Действительно, минимум в последней формуле можно корректно понимать только в случае соизмеримых величин: это могут быть, например, деньги. Однако тогда непонятно почему в неразличимых для индивида состояниях одинаковому потреблению может быть придана разная стоимостная (полезностная) оценка — для этого нет оснований, агенту нужно для начала хотя бы понять в чём разница...

Основное достоинство этих предпочтений и причина повышенного к ним интереса представлено в нижеследующей теореме. Сначала определение.

• Распределения из ядра экономики \mathcal{E}^{di} с максиминными предпочтениями и такие, что нет никаких требований к информационной допустимости распределений (без измеримости!) образуют **максиминное ядро** $\mathcal{C}^{min}(\mathcal{E}^{di})$.

Теорема. Предположим, что апостериорные полезности всех индивидуумов $u_i : \Omega \times \mathbb{R}_+^l \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяют условиям:

(i) $\forall \omega \in \Omega$ $u_i(\omega, \cdot)$ строго монотонно по каждому продукту,

(ii) $\forall y \in \mathbb{R}_+^l$ $u_i(\cdot, y)$ и начальные запасы $e_i(\cdot)$ измеримы относительно индивидуальной информации.

Тогда распределения из максиминного ядра $\mathcal{C}^{min}(\mathcal{E}^{di})$ являются **коалиционно-трансферельно совместимыми по стимулам**.

Любопытное свойство элементов максиминного ядра состоит в том, что они также обладают специфическим свойством измеримости относительно индивидуальной информации — это измеримость по полезности.

Утверждение. В условиях предыдущей теоремы дополнительно предположим, что для каждого состояния природы найдётся различающий его индивид, т. е. $\forall \omega \in \Omega \exists i \in \mathcal{I} \mid P_i(\omega) = \{\omega\}$.

Тогда для $x = (x_i)_{i \in \mathcal{I}} \in \mathcal{C}^{min}(\mathcal{E}^{di})$, $\forall i \in \mathcal{I} u_i(\omega, x_i(\omega))$ измеримо относительно P_i , т. е. $u_i(\omega, x_i(\omega)) = u_i(\omega', x_i(\omega'))$, $\omega' \in P_i(\omega)$, $\forall \omega, \omega' \in \Omega$.

Это наблюдение имеет теоретическое значение и далее поможет нам специфицировать развитие договорного процесса при максиминных предпочтениях. Рассмотрим эту проблему подробнее, но прежде отметим, что сейчас мы получили возможность показать элементы максиминного ядра на представленной выше картинке — и это несмотря на тот факт, что пространство контингентных продуктов 4-мерное. Действительно, можно заметить, что потребление 1-го агента можно представить посредством 2-х точек, которые должны находиться на границах Парето отвечающих состояниям “a” и “b” и, одновременно, принадлежать общей кривой безразличия его апостериорной полезности...

Что произойдёт с максиминной полезностью индивидов если произошло деление информацией? Например, пусть имеется три состояния природы $\Omega = \{a, b, c\}$, которые индивид не способен различать. Тогда его максиминная полезность имеет вид

$$U^{min}(x(a), x(b), x(c)) = \min\{u(a, x(a)), u(b, x(b)), u(c, x(c))\}.$$

Предположим агент научился различать “a” — что тогда произошло с его полезностью — изменилась или нет? В случае с байесовской полезностью¹ ничего не происходит, однако здесь это не так и нельзя просто записать сумму полезности в состоянии “a” плюс минимум полезности двух других состояний: полезность необоснованно изменяется (возрастает?). Возражений не вызывает представление

$$u(a, x(a))\mu(a) + \min\{u(b, x(b)), u(c, x(c))\}\mu(\{b, c\}),$$

где $\mu(E)$ это вероятности на новом информационном разбиении. После ещё одного деления информацией полезность трансформируется к виду

$$u(a, x(a))\mu'(a) + u(b, x(b))\mu'(b) + u(c, x(c))\mu'(c),$$

где $\mu'(\cdot)$ новое вероятностное распределение такое, что

$$\mu'(a) = \mu(a) \text{ и } \mu'(b) + \mu'(c) = \mu(\{b, c\}).$$

Таким образом, в процессе деления информацией максиминная полезность транс-

¹Это ожидаемая апостериорная полезность, представленная в виде $U(x) = \sum_{\omega \in \Omega} u(\omega, x(\omega))\mu(\omega)$, где $\mu(\cdot)$ известное индивиду вероятностное распределение на будущих состояниях природы.

формируется в байесовскую. По-видимому можно предполагать, что индивид изначально обладал теневой байесовской полезностью, после деления информацией она проявилась. Однако что мотивирует этот процесс и куда выходит экономическая система?

Подобно предыдущему разделу мы можем предполагать, что договорной процесс с максиминными полезностями развивается в рамках модели с дифференцированными агентами, но теперь уже каждый из них может потреблять любые контингентные наборы в пределах задающего индивида события (нет измеримости в потреблении). После достижения системой стабильного договорного состояния (устойчивость относительно одновременного заключения новых договоров и частичного разрыва старых) процесс останавливается и, как и ранее, он может продолжить своё развитие если произойдёт деление информацией. Однако теперь в делении информацией оказывается в большей степени заинтересован неинформированный агент, ибо его стимулом является найти новую возможность для частичного разрыва договоров. Возможности по заключению новых взаимовыгодных договоров без разрыва старых полностью исчерпаны. Это происходит потому, что при максиминных полезностях нет ограничений на измеримость нового договора (все допустимы), а также в силу последнего утверждения об измеримых полезностях: взаимовыгодный обмен ни в каком из состояний природы невозможен.

Последний вопрос: какое состояние достигла экономика? Ответ лежит на поверхности — это аналог договорного интерим равновесия, которое соответствует концепции равновесия в рациональных ожиданиях. Таким образом мы предложили новую модель достижения равновесия типа РЕЕ.

Заключение

Основными результатами исследования являются:

а) Для моделей экономики типа Эрроу — Дебре с дифференцированной информацией была предложена важная коррекция понятия сопоставимости по стимулам. Суть её в том, что распределение не является сопоставимым по стимулам только если реализация контрактов в соответствии с ложным сигналом какой-либо коалиции влечёт, что, с одной стороны, каждый член коалиции повышает свою полезность (предпочтение) и, с другой стороны (это и есть новизна), найдётся член дополняющей коалиции чья полезность уменьшается. Был построен пример, показывающий, что вторую часть этого определения опустить нельзя.

б) Был предложен и изучен некоторый естественный договорной процесс с делением информацией для случая максиминных предпочтений. В рамках процесса агенты могут потреблять потребительские наборы неизмеримые относи-

тельно индивидуальной информации. Показано, что, в отличие от стандартного случая измеримого потребления, у информированных агентов нет стимулов к раскрытию информации и процесс может завершиться недостаточно эффективным распределением. Таким образом, поведение агентов в соответствии с измеримой моделью является более продуктивным для неинформированных индивидов и поэтому может быть рекомендовано в договорной практике.

Список литературы

- Маракулин В. М.** (2009). Экономика с асимметрично информированными агентами: концепция предельной информации// *Журнал Новой Экономической Ассоциации*, **1–2**, 62–85
- Маракулин В. М.** (2011). Контракты и доминирование в моделях конкурентной экономики// *Журнал Новой Экономической Ассоциации*, **9**, 10–32
- de Castro, L. I. and N. C. Yannelis** (2010). Ambiguity aversion solves the conflict between efficiency and incentive compatibility// Working paper
- Aliprantis, C. ed.** (2001). *Economic Theory*, Vol. 18. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag (special issue)
- Glycopantis, D. and N. C. Yannelis** (2005). *Differential information economies (collected papers)*. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag
- Gilboa, I. and D. Schmeidler** (1989). Maxmin expected utility with non-unique prior// *Journal of Mathematical Economics*, **18**(2), 141–153
- Radner, R.** (1982). Equilibrium under uncertainty// *in: K. J. Arrow and M. D. Intriligator, eds., Handbook of Mathematical Economics*, Vol. II (Amsterdam: North-Holland), 923–1006