

От локальной к глобальной сопряженности в относительно гиперболических группах

О.В. Богопольский

Относительно гиперболические группы были введены Громовым (1987). Известно (Хрушка, 2010), что существенно разные определения, данные Громовым, Бовдичем и Осиним, совпадают в случае, когда группа счетна и ее периферические подгруппы бесконечны. В первой части моего доклада будет представлено комбинаторное определение Осина и перечислены некоторые полезные утверждения, позволяющие работать в этой области. Во второй части будут представлены новые результаты о сопряженности подгрупп в относительно гиперболических группах. В частности, мы доказываем следующую теорему:

Теорема. *Предположим, что конечно порожденная группа G гиперболическа относительно набора подгрупп \mathbb{P} . Пусть H_1, H_2 подгруппы группы G , такие что H_1 квазивыпукла относительно \mathbb{P} и H_2 обладает непараболическим элементом бесконечного порядка. Предположим, что H_2 поэлементно сопрягается в H_1 . Тогда существует подгруппа конечного индекса в H_2 , которая целиком сопрягается внутрь H_1 .*

Дана оценка длины сопрягающего элемента.

Известно, что предельные группы (см. работы Зелы, Ремесленникова, Мясникова и Харлампович) гиперболически относительно представителей классов сопряженностей максимальных нециклических абелевых подгрупп.

Следствие 1. *Пусть G предельная группа. Пусть H_1 и H_2 подгруппы группы G , где H_1 конечно порождена. Предположим, что H_2 поэлементно сопрягается в H_1 . Тогда существует подгруппа конечного индекса в H_2 , которая целиком сопрягается внутрь H_1 . Индекс зависит только от H_1 .*

Дана оценка длины сопрягающего элемента.

Следствие 2. *Пусть G предельная группа. Для любых двух несопряженных конечнопорожденных подгрупп H_1 и H_2 группы G существует конечный гомоморфный образ G , где образы этих подгрупп не сопряжены. В частности, проблема сопряженности конечно порожденных подгрупп в предельных группах разрешима.*

Последнее следствие доказано также Залесским и Чагасом другими методами.

Будут сформулированы и другие теоремы, касающиеся гиперболических почти компактных специальных групп (этот класс групп возник при решении виртуальной проблемы Хакена о 3-многообразиях).

Это совместная работа с Кай-Уве Буксом.

Университет Дюссельдорфа (Германия) и ИМ СО РАН (Новосибирск, Россия)

E-mail address: Oleg.Bogopolski@uni-duesseldorf.de